

مجموعه‌ی مربع و متمم یک
مجموعه

به نام خدا

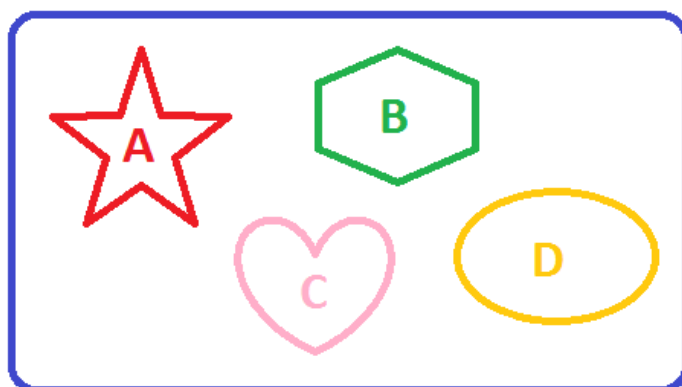
در این بخش می‌توانیم مجموعه مربع و متمم یک مجموعه رو معرفی کنیم.

فرض کنید به مجموعه به نام U به صورت زیر داریم:



U

این مجموعه به سری زیرمجموعه به صورت زیر داره:



U

کل مجموعه‌هایی که ما در اینجا می‌شناسیم، یعنی مجموعه‌های A, B, C, D زیرمجموعه‌ی U هستند. این مثال ساده، به مقدمه‌س برای معرفی مجموعه‌ی مربع. تعریف مجموعه‌ی مربع به صورت زیره:

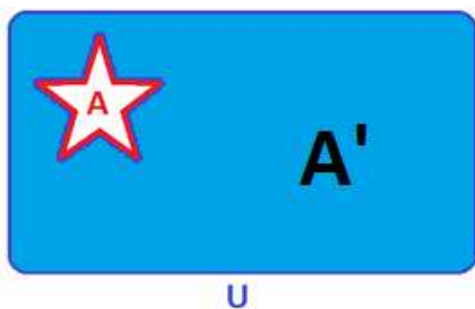
در هر مبحث، مجموعه‌ای را که همهٔ مجموعه‌های مورد بحث، زیرمجموعه آن باشند، **مجموعه مرجع** می‌نامیم و آن را با U نشان می‌دهیم.

با توجه به این تعریف، مجموعه‌ی مربع در شکل بالا چیه؟ U چرا؟ چون همه مجموعه‌هایی که ما در اینجا می‌شناسیم، یعنی مجموعه‌های A, B, C, D زیرمجموعه‌ی اون هستند.

حالا می‌فوایم متمم یه مجموعه رو تعریف کنیم، متمم یک مجموعه به صورت زیر تعریف میشه:

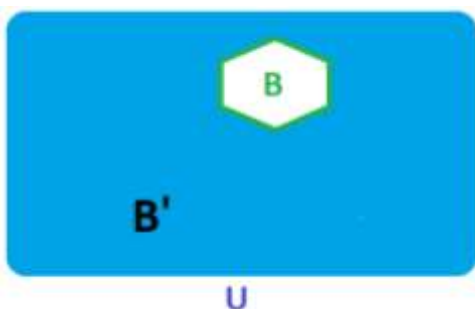
هرگاه U مجموعه مرجع باشد و $A \subseteq U$ ، آنگاه مجموعه $U-A$ را **متمم** A می‌نامیم و آن را با نماد A' نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر A' شامل عضوهای U است که در A نیستند.

در شکل بالا می‌فوایم متمم مجموعه‌های A, B, C, D رو مشخص کنیم. از مجموعه‌ی A شروع می‌کنیم، A' یا متمم A چه مجموعه‌ای میشه؟ $U-A$ ، یعنی هر چیزیه که در U هست ولی در A نیست، توی شکل چه قسمتایی میشه:

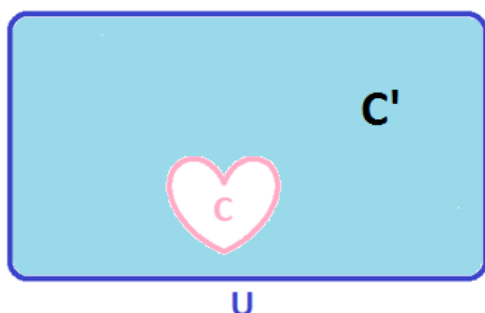


قسمتهایی که با رنگ آبی نشون داده شده، نشوندنده‌ی A' هست، رنگ آبی قسمتهایی که متعلق به U هست ولی متعلق به A نیست.

حالا می‌فوییم B' رو مشخص کنیم. قسمتهایی رو باید مشخص کنیم که متعلق به U هست ولی متعلق به B نیست. یعنی شکل زیر:



متمم مجموعه‌ی C چی میشه؟ قسمتهایی که متعلق به U هست ولی متعلق به C نیست، یعنی قسمت آبی شکل زیر :



متمم مجموعه‌ی D پی‌میشه؟ قسمتهایی که متعلق به U هست ولی متعلق به D نیست، یعنی قسمت آبی شکل زیر:



تا اینجا به شکل ساده با مفهوم مجموعه‌ی مربع و متمم یک مجموعه آشنا شدیم، یه بار دیگه تعریف مجموعه‌ی مربع رو با هم بینیم:

در هر مبحث، مجموعه‌ای را که همهٔ مجموعه‌های مورد بحث، زیرمجموعه آن باشند، **مجموعه مرجع** می‌نامیم و آن را با U نشان می‌دهیم.

ابتدای این تعریف گفته شده "در هر مبحث..."، این به چه معنیه؟

یعنی در مباحث مختلف، مجموعه‌های مربع متفاوتن

مثلا زمانی که ما داریم درباره زیرمجموعه‌های اعداد حقیقی صحبت می‌کنیم، مجموعه‌ی مربع برای ما R هست.

ولی وقتی داریم درباره‌ی زیرمجموعه‌های اعداد طبیعی صحبت می‌کنیم، مجموعه‌ی مربع برای ما N هست.

یا وقتی داریم درباره‌ی زیرمجموعه‌های اعداد صحیح صحبت می‌کنیم، مجموعه‌ی مربع برای ما Z هست.

حالا ممکنه این سوال براتون پیش بیاد که اصلا چه فرقی میکنه که چه مجموعه‌ای به عنوان مربع مشفص بشه؟

تفاوت در مجموعه‌های مربع باعث میشه که متمم مجموعه‌های ما متفاوت باشن. مجموعه‌های زیر رو ببینید:

$$A = \{x \in \mathbb{N}, 1 \leq x < 5\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z}, 1 \leq x < 5\}$$

عضوهای مجموعه‌های A و B رو مینویسیم:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

همینطور که می‌بینید عضوهای این دو تا مجموعه با هم برابرن.

حالا از ما میفوان که متمم این دو مجموعه رو بنویسیم، اولین چیزی که موقع نوشتن متمم برای ما مومه، مجموعه‌ی مربعه

برای مجموعه‌ی A مجموعه‌ی مربع چیه؟ $\mathbb{N}$ یعنی مجموعه‌ی اعداد طبیعی

متمم مجموعه‌ی A چی میشه؟ $\mathbb{N} - A$

یعنی چی؟ یعنی هر عضوی که متعلق به $\mathbb{N}$ باشه ولی متعلق به A نباشه. بنابراین:

$$A' = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$$

حالا میریم سراغ متمم مجموعه‌ی B

برای مجموعه‌ی B مجموعه‌ی مربع چیه؟ $\mathbb{Z}$ یعنی مجموعه‌ی اعداد صحیح

متمم مجموعه‌ی B پی‌میشه؟ $Z - B$

یعنی پی؟ یعنی هر عضو که متعلق به Z باشه ولی متعلق به B نباشه. بنابراین:

$$B' = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots \}$$

همینطور که می‌بینیم، با وجود اینکه مجموعه‌های A و B با هم برابر بودن ولی متمم‌های اون‌ها با هم متفاوتن و دلیل این تفاوت هم این بود که مجموعه‌های مربع A و B با هم تفاوت داشتن.

چند تا مثال درباره این موضوع با هم حل می‌کنیم:

کار در کلاس

۱ اگر U مجموعه شامل تمام استان‌های کشورمان باشد و A مجموعه استان‌های غیر ساحلی، آنگاه A' را با نمایش اعضای آن بنویسید.



می‌فوایم A' رو نشون بدهیم، می‌دونیم که: $A' = U - A$

پس ما برای مشخص کردن U باید U و A رو مشخص کنیم:

U : همه‌ی استانهای کشور

A : استانهای غیر ساحلی

بنابراین:

$$A' = U - A$$

A' = استانهای غیر ساحلی - همه استانها

$A' = \{\text{سیستان، هرمزگان، بوشهر، خوزستان، گلستان، مازندران، گیلان}\}$

۲ فرض کنیم U مجموعه تمام اتومبیل‌های پلاک‌گذاری شده کشور و B مجموعه اتومبیل‌های با پلاک فرد باشد. در این صورت B' چه مجموعه‌ای خواهد بود؟

می‌توانیم B' رو تعیین کنیم پس اول باید U , B رو مشخص کنیم.

U : همه اتومبیل‌های پلاک‌گذاری شده

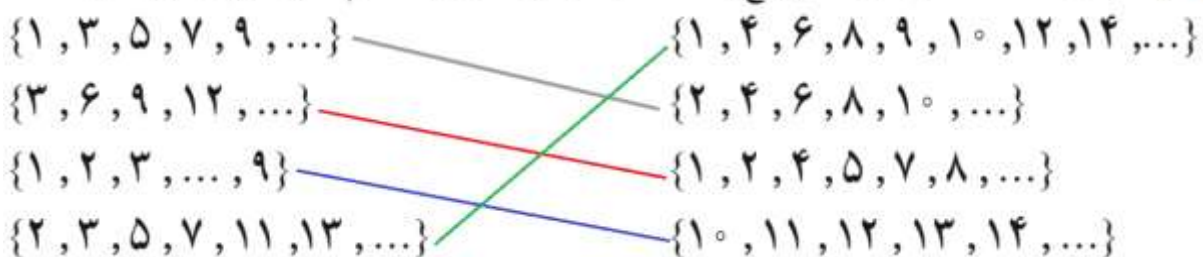
B : مجموعه‌ی اتومبیل‌های با پلاک فرد

$$B' = U - B$$

B' = اتومبیل‌های با پلاک فرد - همه اتومبیل‌ها

B' = اتومبیل‌های با پلاک زوج

۳ با فرض آنکه N مجموعه مرجع باشد، هر مجموعه را به متمم خودش وصل کنید.



۲ U مجموعه مرجع و A زیر مجموعه دلخواهی از آن می باشد. طرف دوم تساوی های زیر را بنویسید.

$$\emptyset' = \quad U' = \quad A \cup A' = \quad A \cap A' =$$

این سوال خیلی سوال مهمیه، حتما توجه کنید که کامل یادش بگیرید.

قسمت اول، متمم مجموعه ی تهی رو از ما خواسته، می دونیم که متمم هر مجموعه مثل A به صورت $U - A$ نوشته میشه، پس متمم مجموعه ی تهی هم به صورت زیره:

$$\emptyset' = U - \emptyset$$

حالا $U - \emptyset$ چی میشه؟

می دونیم تهی یعنی هیچی! آگه از یه مجموعه "هیچی" رو کم کنیم، چی ازش باقی میمونه؟ خود مجموعه

(مثل این میمونه که شما یه ظرف پر از شکلات رو به کسی تعارف کنید و اون هیچی برنداره، چی برای شما باقی میمونه؟ یه ظرف پر از شکلات! 😊)

پس داریم:

$$\emptyset' = U - \emptyset = U$$

بنابراین:

$$\emptyset' = U$$

در قسمت بعد میفوییم U' رو به دست بیاریم، طبق تعریف متمم، داریم:

$$U' = U - U$$

اگه يه مجموعه رو از خود اون مجموعه کم کنیم، پی ازش باقی میمونه؟ هیپی! هیپی یعنی پی؟ یعنی تهی

(مثل این میمونه که شما یه ظرف پر از شکلات رو به کسی تعارف کنید و اون همه ی شکلاتا رو برداره، پی برای شما باقی میمونه؟ یه ظرف خالی از شکلات!، یه ظرف تهی 😞)

پس داریم:

$$U' = U - U = \emptyset$$

بنابراین:

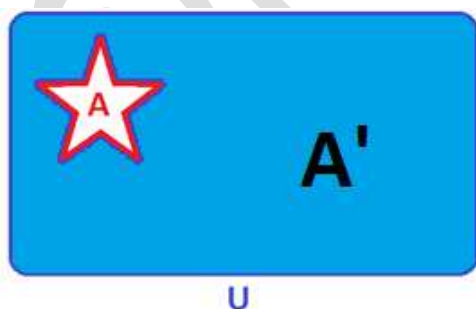
$$U' = \emptyset$$

پس همیشه یادتون بمونه که :

**** متهم مجموعه ی مربع میشه تهی ****

**** متهم تهی میشه مجموعه ی مربع ****

در قسمت بعد میفویام $A \cup A'$ رو به دست بیاریم، برای اینکه این قسمت رو راحتتر متوجه بشید، از مثال اول درس استفاده می‌کنیم:



با توجه به این شکل، اجتماع A و A' پی میشه؟ کاملاً واضحه که میشه کل شکل، کل شکل نشوندنده پی هست؟ مجموعه ی مربع

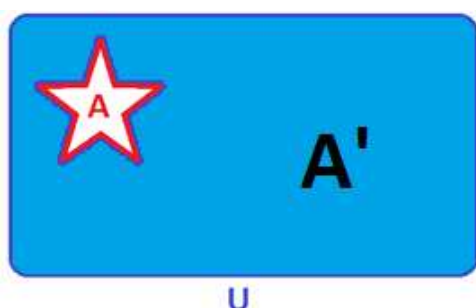
بنابراین:

$$A \cup A' = U$$

پس اینم یاد می‌گیریم که همیشه:

اجتماع هر مجموعه با متمم خودش، برابر مجموعه‌ی مرجع می‌شه.

قسمت بعد از ما $A \cap A'$ رو خواسته، باز هم به شکل توبه می‌کنیم:



همینطور که می‌بینیم، A و A' هیچ اشتراکی با هم ندارند، بنابراین:

$$A \cap A' = \emptyset$$

و این نکته رو هم یاد می‌گیریم که:

اشتراک هر مجموعه با متمم خودش برابر تهی هست.

۵ الف) اگر Z را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، آنگاه N' را با نوشتن اعضای آن مشخص کنید.

در اینجا Z مجموعه‌ی مرجع هست، بنابراین:

$$U=Z$$

می‌فوازیم N' رو حساب کنیم، بنابراین باید مقدار زیر رو به دست بیاریم:

$$N' = U - N = Z - N$$

پس چیزی که ما باید به دست بیاریم $Z - N$ هست، یه بار دیگه مجموعه‌های Z و N رو می‌نویسیم:

$$Z = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

$$N = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

قسمتی از مجموعه‌ی Z که با رنگ قرمز نشون داده شده، در واقع همون مجموعه‌ی N هست، بنابراین $Z - N$ که همون N' هست، به صورت زیره :

$$N' = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0 \}$$

ب) اگر $\mathbb{R}$ را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، در این صورت N' را روی محور نمایش دهید.

در اینجا مجموعه‌ی مربع برای ما R هست، یعنی:

$$U = R$$

می‌فوازیم N' رو حساب کنیم، بنابراین باید مقدار زیر رو به دست بیاریم:

$$N' = U - N = R - N$$

در اینجا ما نمی‌تونیم مثل قسمت قبل، N' رو با اعفاض نشون بدیم، چون تعداد عضوای این مجموعه بینهایت. به همین خاطر از محور مفتضات استفاده می‌کنیم، ابتدا R رو روی محور نشون میدیم:



اگره بفوایم از این مجموعه، اعداد طبیعی رو کم کنیم، چیزی که به دست میاد به صورت زیر میشه که همون N' هست:



تعداد عضوهای اجتماع دو
مجموعه

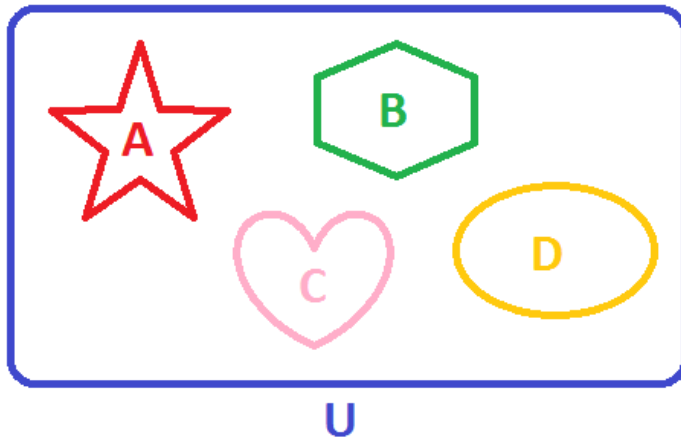
در ابتدای این قسمت میفویم مجموعه‌های مجزا رو تعریف کنیم:

به هر دو مجموعه مثل A و B که فاقد عضو مشترک باشند، دو مجموعه جدا از هم یا مجزا می‌گوییم.

تنها نکته ای که در این تعریف وجود داره اینه که دو مجموعه‌ی مجزا، عضو مشترک ندارند.

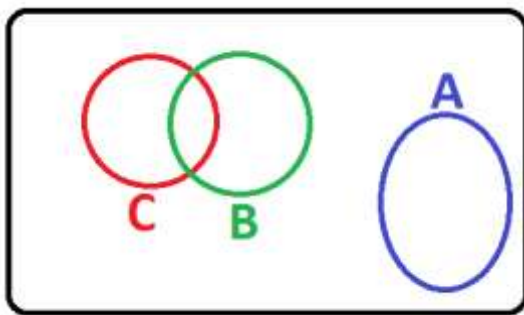
با این تعریف، اگر ما مجموعه‌ها رو با شکل نشون بدیم، در صورتی می‌تونیم بگیم مجزا هستن که اشتراکی با هم نداشته باشن.

مجموعه‌هایی که در شکل زیر نشون داده شدن همه مجزا هستن:



چرا مجزا هستند؟ چون با همدیگه اشتراک ندارند.

بین مجموعه‌های زیر کدام مجزا هستند؟



مجموعه‌های B و C با هم اشتراک دارند؟ بله پس B و C مجزا نیستند.

مجموعه‌های A و C با هم اشتراک دارند؟ خیر پس B و C مجزا هستند.

مجموعه‌های A و B با هم اشتراک دارند؟ خیر پس A و B مجزا هستند.

همینطور که می‌بینید با استفاده از شکل، تشخیص این که دو مجموعه مجزا هستند یا نه، خیلی کار راحتی.

اگر مجموعه‌ها با روشهای دیگر هم نمایش داده شده بودن، فقط باید همین مطلب رو چک کنیم که اشتراک دارند یا نه.

مثال:

مجموعه‌های A و B به صورت زیر نمایش داده می‌شوند، آیا این دو مجموعه مجزا هستند؟

$$A = \{ 1, 3, 12, 32, 51 \}$$

$$B = \{ 2, 5, 9, 12, 23, 41, 96 \}$$

گفتیم باید چک کنیم که این دو مجموعه عضو مشترک دارند یا نه؟ همینطور که می‌بینیم عضو ۱۲ در هر دو مجموعه وجود دارد، پس دو مجموعه عضو مشترک دارند بنابراین مجزا نیستند.

مثال بعد:

مجموعه‌های A و B به صورت زیر تعریف می‌شوند، آیا این دو مجموعه مجزا هستند؟

مجموعه A: شمارنده‌های طبیعی عدد ۲۸

مجموعه B: شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۰

اولین کاری که باید انجام بدهیم اینه که عضوای دو مجموعه رو مشخص کنیم:

$$A = \{ 1, 2, 4, 7, 14, 28 \}$$

$$B = \{ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 \}$$

حالا باید چک کنیم که دو مجموعه عضو مشترک دارند یا نه؟ همینطور که می‌بینیم عضوهای ۱ و ۲ بین این دو مجموعه مشترک هستند. بنابراین مجموعه‌های A و B مجزا نیستند.

مثال بعد:

مجموعه‌های A و B به صورت زیر تعریف می‌شوند، آیا این دو مجموعه مجزا هستند؟

A: مجموعه‌ی اعداد گویا

B : مجموعه‌ی اعداد گنگ (اصم)

میدونیم که مجموعه‌های اعداد گویا و گنگ هیچ اشتراکی با هم ندارند پس این دو مجموعه، مجزا هستند.

تا اینجا یاد گرفتیم که به چه مجموعه‌هایی مجزا گفته میشه.

در سال گذشته یاد گرفتیم که اگر A یک مجموعه‌ی متناهی باشه، تعداد عضوهایش رو با $n(A)$ نمایش بدیم.

مثلا در مثال زیر:

$$A = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

داریم:

$$n(A) = 6 \quad \text{و} \quad n(B) = 8$$

مطلبی که امسال می‌فوایم یاد بگیریم، "تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه" هست.

یعنی مثلا ما تعداد عضوهای مجموعه‌های A و B رو داریم و می‌فوایم تعداد عضوهای $A \cup B$ به دست بیاریم.

تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه، در دو حالت به دست میاد:

حالت اول : دو مجموعه مجزا باشن

حالت دوم : دو مجموعه مجزا نباشن

حالت اول:

اگر دو مجموعه A و B مجزا باشند، تعداد عضوهای $A \cup B$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

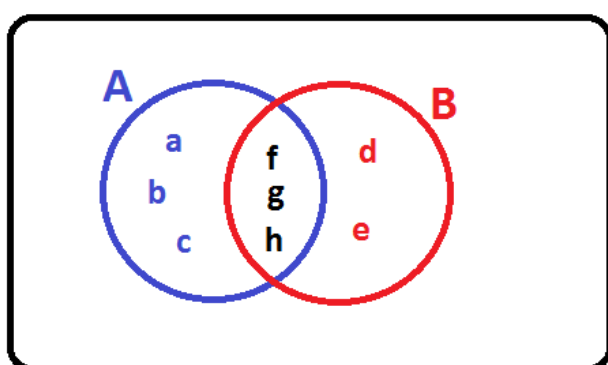
یعنی در این حالت کافیست که ما تعداد عضوهای دو مجموعه رو با هم جمع کنیم.

حالت دوم:

اگر دو مجموعه A و B مجزا نباشند، ما نیاز داریم که تعداد عضوهای $A \cap B$ یعنی $n(A \cap B)$ رو داشته باشیم، پس اول این مقدار رو به دست می‌آریم و بعد در فرمول زیر قرار می‌دهیم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

ممکنه این سوال براتون پیش بیاد که چرا تعداد عضوهای اشتراک دو مجموعه رو باید کم کنیم، مثال زیر رو ببینید تا دلیلش رو متوجه شوید:



عضوهای مجموعه‌های A و B و تعداد اون‌ها رو می‌نویسیم:

$$A = \{a, b, c, f, g, h\} \quad n(A) = 6$$

$$B = \{d, e, f, g, h\} \quad n(B) = 5$$

حالا مجموعه‌ی $A \cup B$ رو مینویسیم:

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

تعداد عضوهای این مجموعه چند تاس؟ ۸ تا. یعنی:

$$n(A \cup B) = 8$$

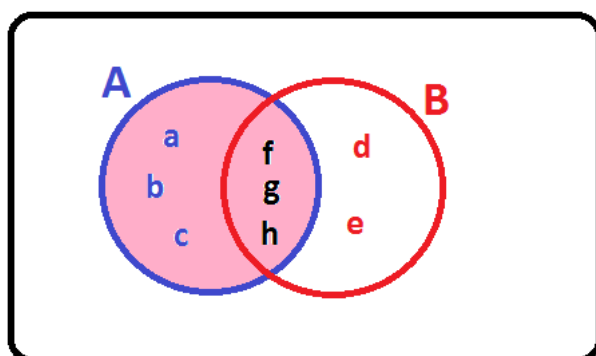
اگه ما برای مناسبه‌ی $n(A \cup B)$ ، فقط تعداد عضوهای A و B رو با هم جمع کنیم، چه اتفاقی میفته؟

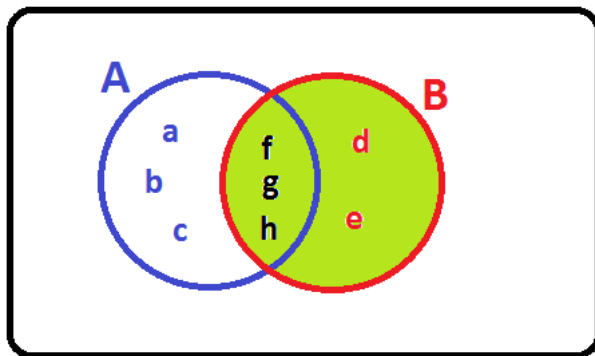
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 5 + 6 = 11$$

آیا این درسته؟ نه! چون ما مجموعه‌ی $A \cup B$ رو نوشتیم و دیریم که فقط ۸ تا عضو داره.

پس این اختلاف از کجا میاد؟

دلیل این اختلاف اینه که اگه ما از فرمول $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ استفاده کنیم در واقع عضوهای مشترک بین مجموعه‌ها رو دوبار شمردیم. شکل‌های زیر رو ببینید:





عضوهای f, g, h به بار در مجموعه‌ی A شمرده میشن و به بار در مجموعه‌ی B

در صورتیکه ما وقتی $A \cup B$ رو مینویسیم، f, g, h فقط یکبار نوشته میشن!

به همین خاطر که وقتی دو مجموعه مجزا نیستن از فرمول

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

استفاده می‌کنیم.

مثال:

کاردر کلاس

- ۱ یک دوره جشنواره فیلم کوتاه با شرکت ۲۱ فیلم در موضوعات مختلف در حال برگزاری است که در بین آنها ۷ فیلم پویانمایی (کارتونی) و ۸ فیلم طنز وجود دارد، به طوری که ۳ تا از فیلم‌های پویانمایی با مضمون طنز می‌باشند. مطلوب است تعداد کل فیلم‌هایی که :
 (الف) پویانمایی یا طنزند.
 (ب) غیرپویانمایی و غیر طنزند.

قبل از اینکه بریم سراغ قسمت‌های الف و ب، مشفص می‌کنیم که سوال چه اطلاعاتی به ما داده:

کل فیلم‌های جشنواره ۲۱ فیلمه

۷ تا فیلم پویانمایی داریم

۱ تا فیلم طنز

۳ تا فیلم که هم طنزه و هم پویانمایی

این اطلاعات رو به زبون ریاضی می‌نویسیم، فیلم طنز رو با T ، فیلم پویانمایی رو با C و کل فیلمها رو با U نشون میدیم. بنابراین داریم:

$$n(U) = 28$$

$$n(T) = 8$$

$$n(C) = 7$$

۳ تا فیلم هم داریم که هم طنزه و هم پویانمایی، یعنی بین این دو مجموعه مشترکه:

$$n(T \cap C) = 3$$

الف:

تعداد کل فیلم‌هایی که پویا نمایی یا طنز باشه.

توجه داشته باشید که کلمه "یا" نشوندنده‌ی "اجتماع" هست.

پس وقتی می‌گه پویانمایی یا طنز، یعنی: $T \cup C$

حالا ما تعداد $T \cup C$ رو می‌فوایم، یعنی: $n(T \cup C)$. پس می‌نویسیم:

$$n(T \cup C) = n(T) + n(C) - n(T \cap C) = 8 + 7 - 3 = 12$$

ب:

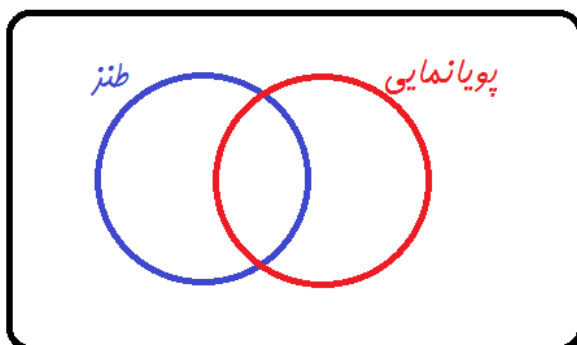
تعداد کل فیلمهایی که غیرپویانمایی و غیرطنزنند.

ببینید دوستان برای حل این مدل سوالها ممکنه راه‌های زیادی وجود داشته باشه ولی هیچ راه هلی ساده‌تر و قابل درک‌تر از کشیدن نمودار ون نیست!

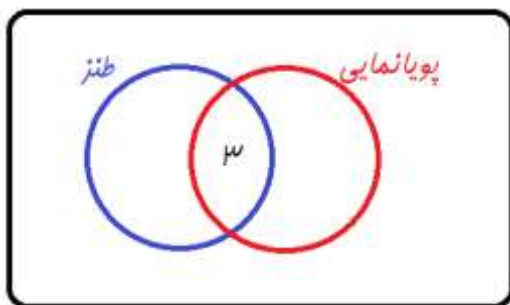
توصیه می‌کنم برای حل این سوالها از یکی از دو روشی که در ادامه یاد می‌گیریم استفاده کنید:

روش حل این مدل سوالها با نمودار ون رو گام به گام براتون توضیح میدم، توضیحات من ممکنه به نظرتون طولانی باشه ولی وقتی روش حل رو یاد بگیرید خیلی سریع میتونید نمودار رو بکشید و سوالها رو حل کنید.

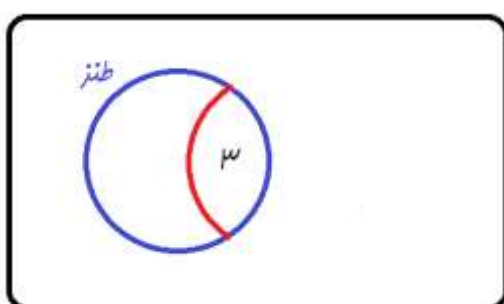
یه نمودار ون میکشیم، یه مجموعه برای پویانمایی و یه مجموعه برای طنز؛ و هتما توجه می‌کنیم که این دو مجموعه اشتراک داشته باشن، چون صورت سوال گفته سه تا فیلم داریم که هم طنزن و هم پویانمایی (اینم یعنی اشتراک طنز و پویانمایی) پس تا اینجا شکل زیر رو داریم:



حالا می‌فوایم ببینیم هر کدوم از این مجموعه‌ها چند تا عضو دارن، سوال به ما گفته اشتراک این دو مجموعه ۳ تا عضو داره (۳ تا فیلم داریم که هم پویانمایی هستن و هم طنز). بنابراین:



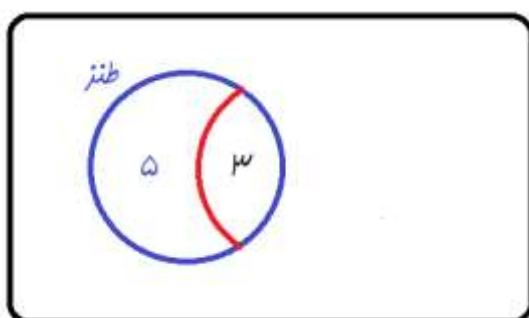
در قسمتی که فقط طنز (قسمت غیراشتراکی با پویانمایی) چند تا عضو داریم؟ برای اینکه بفهمیم چند تا عضو دارد، به لفظه پویانمایی رو نادیده می‌گیریم:



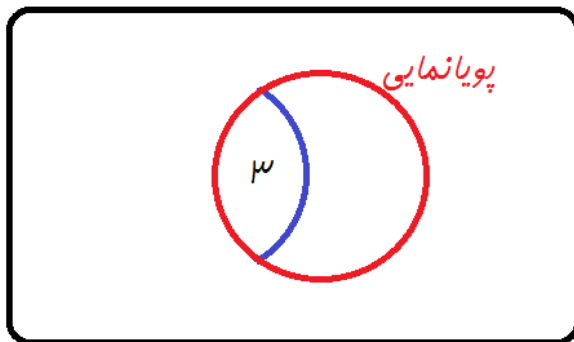
کلا چند تا فیلم طنز داریم؟ ۱ تا

خب ۳ تاش رو که نوشتیم، چند تا باقی می‌مونه؟ ۵ تا

پس عددی که در قسمت طنز (قسمت غیراشتراکی)، نوشته میشه عدد ۵ هست:



همین کار رو برای قسمت پویانمایی هم انجام میدیم:

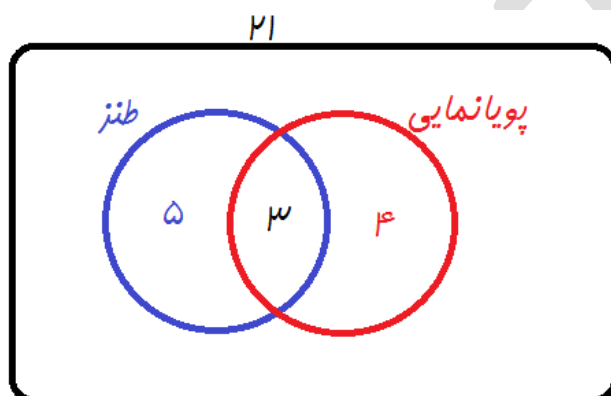


کلا چند تا فیلم پویانمایی داریم؟ ۷ تا

چند تاش رو توی قسمت اشتراکی نوشتیم؟ ۳ تا

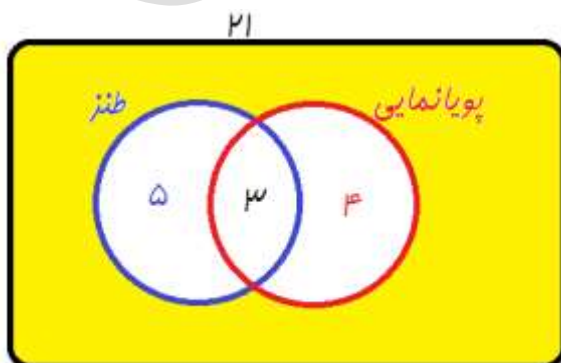
چند تا برای قسمت غیراشتراکی باقی میمونه؟ ۴ تا

پس نمودار ما به شکل زیر میشه:



حالا که شکل رو کامل کردیم، نگاه می‌کنیم که صورت سوال چی از ما خواسته؟

تعداد فیلمهای غیرطنز و غیرپویانمایی، اینو روی شکل نشون میدیم:



قسمتهایی که با رنگ زرد نشون داده شده، قسمتهایی هستن که طنز نیستن، پویانمایی هم نیستن یعنی دقیقاً همون چیزیه که صورت سوال از ما خواسته

کل فیلمها ۲۱ خیلمه، پس عددهایی که در قسمت سفید هست رو از ۲۱ کم می‌کنیم تا عدد قسمت رنگی به دست بیاد:

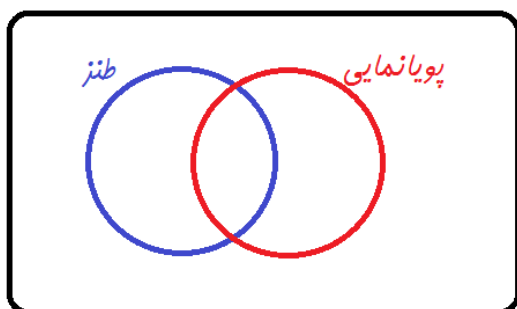
$$21 - (4 + 3 + 5) = 9$$

خب چیزی که سوال ازمون خواسته رو به دست آوردیم.

یه روش حل دیگه هم وجود داره که ترکیبی از دو تا راه حل بالاست. یه بار دیگه قسمت ب رو حل می‌کنیم:

سوال از ما خواسته که تعداد فیلمهای غیرپویا نمایی و غیرطنز رو پیدا کنیم، ولی ما نمیدونیم "غیرپویانمایی و غیرطنز" رو با چه نمادی باید نشون بدیم. پس میریم سراغ نمودار ون

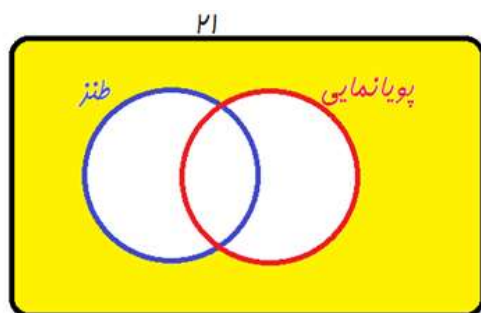
یه نمودار میکشیم با دو تا مجموعه که با هم اشتراک دارن (چون سوال به ما گفته این دو تا مجموعه با هم اشتراک دارن)



حالا می‌فوایم روی شکل "غیرپویانمایی و غیرطنز" رو نشون بدیم.

کدوم قسمتهای شکل پویا نمایی و طنز نیست؟

قسمتهایی که پویانمایی نیست، طنز هم نیست، با رنگ زرد نشون میدیم:



حالا فرض کنیم که میفویایم قسمت زرد رو با استفاده از C, T نشون بدیم، به نظرتون چی میشه؟

با توجه به مطالبی که در قسمت متمم مجموعه‌ها یاد گرفتیم، می‌تونیم بگیم که:

قسمت زرد، متمم قسمت سفیده

قسمت سفید چی بود؟ $A \cup B$

پس قسمت زرد متمم این مقدار هست یعنی: $(A \cup B)'$

پس ما باید تعداد عضوهای $(A \cup B)'$ رو به دست بیاریم، میدونیم که:

$$(A \cup B)' = U - (A \cup B)$$

بنابراین:

$$n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B)$$

$n(U)$: تعداد کل فیلمهاست که برابر با ۲۱ هست.

$n(A \cup B)$: در قسمت الف به دست آوردیم، برابر ۱۲ هست.

بنابراین داریم:

$$n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 21 - 12 = 9$$

حل تمرین صفحه ۱۲

متمم یک مجموعه

تمرین

۱) $\mathbb{R}$ را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید و سپس متمم هر یک از مجموعه‌های زیر را روی محور نشان دهید.

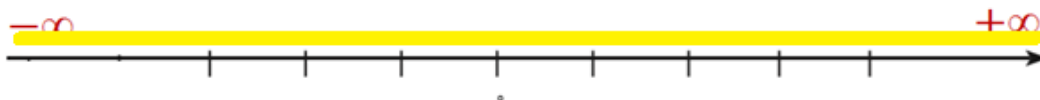
(الف) $A = [-2, 3)$ (ب) $B = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ (پ) $C = (0, +\infty)$ (ت) $D = (-\infty, 1]$

با توجه به مطالبی که یاد گرفتیم، متمم یک مجموعه نسبت به R ، یعنی:

$$\text{متمم مجموعه} = R - \{\text{مجموعه}\}$$

وقتی می‌خوایم متمم یک بازه رو نسبت به R رو به دست بیاوریم به روش زیر عمل می‌کنیم:

۱. محور رو رسم می‌کنیم و سر تا سر محور یه خط کمرنگ میکشیم (این خط نشوندنده‌ی مجموعه‌ی R هست)



۲. بازه‌ای که سوال بهمون داده رو روی محور نشون میدیم.

بازه‌ی داده شده در اینجا $A = [-2, 3)$ هست.

بازه از سمت -2 بسته‌س، پس باید برای نمایش روی محور، -2 رو توپر بکشیم.

بازه از سمت 3 بازه، پس باید 3 رو توفالی بکشیم. داریم:



۳. همه‌ی قسمت‌هایی که این دو نمودار اشتراک دارند (یعنی قسمت‌هایی از محور که هر دو نمودار حضور دارند) رو فقط می‌زنیم.

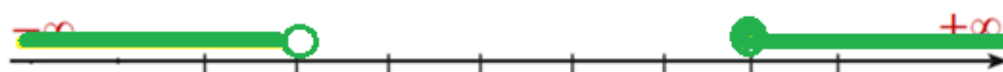
یه نکته رو اینجا خیلی دقت کنید، اگه بازه‌ای که به ما دادن توپر بود، روی محور پایینی یه دایره توفالی می‌کشیم و اگه دایره‌ای که داشتیم توفالی بود روی محور پایینی دایره توپر می‌کشیم.

در اینجا بازه از سمت ۲- توپر، پس روی R یه دایره توفالی می‌کشیم و چون بازه از سمت ۳ بازه، ما روی R یه دایره توپر می‌کشیم.



۴. پی برای ما مهمه؟ چیزی که از نمودار R باقی مونده.

پس هر چیزی که از محور زرد باقی مونده رو رسم می‌کنیم:



حالا این بازه‌ها رو می‌نویسیم، چون از دو قسمت تشکیل شده، باید برای نمایشش از اجتماع استفاده کنیم:

$$(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$$

این روش حل براتون آشنا نبود؟ یه کم فکر کنید 😊

توی جلسه اول تفاضل بازه‌ها رو با همین روش حل کردیم. اینجا هم در واقع تفاضل دو تا بازه رو حساب کردیم. اگه R رو بازه‌ی $(-\infty, +\infty)$ در نظر بگیریم، اونوقت چیزی که اینجا به دست آوردیم تفاضل زیره :

$$(-\infty, +\infty) - [-2, 3) = (-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$$

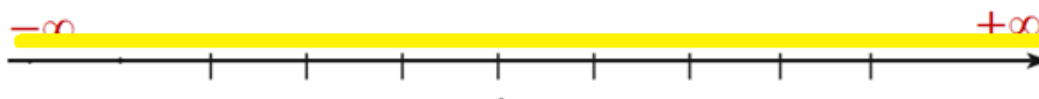
قسمت ب:

در اینجا باید $R - \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ رو به دست بیاریم. این یعنی چی؟
یعنی کل محور اعداد حقیقی منهای عددهای ۱ و ۲ و ۳ و پس محور اعداد حقیقی رو رسم می‌کنیم و به جای این اعداد دایره توفالی میذاریم:



پ. در اینجا هم باید متمم یه بازه رو نسبت به R پیدا کنیم، بنابراین شبیه قسمت الف عمل می‌کنیم:

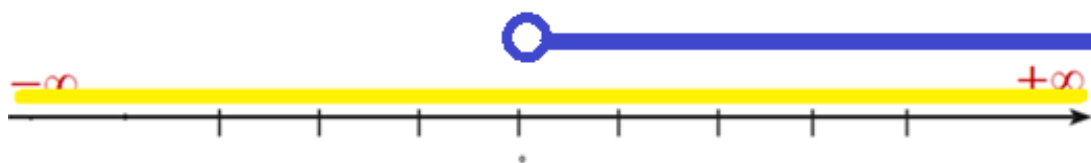
۱. محور رو رسم می‌کنیم و سر تا سر محور یه خط کمرنگ میکشیم (این خط نشون‌دهنده‌ی مجموعه‌ی R هست)



۲. بازه‌ای که سوال بهمون داده رو روی محور نشون میدیم.

بازه‌ی داده شده در اینجا $C = (0, +\infty)$ هست.

بازه از سمت + بازه، پس باید + رو توفالی بکشیم. داریم:

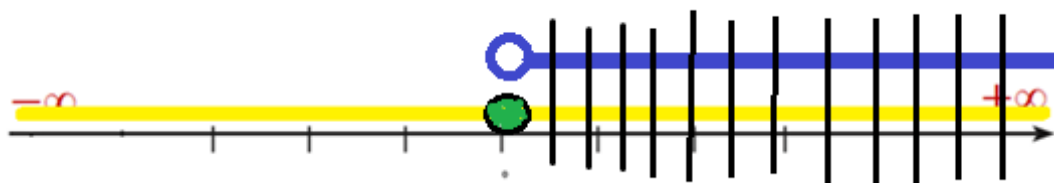


۳. همه ی قسمت هایی که این دو نمودار اشتراک دارن (یعنی قسمت هایی از محور که

هر دو نمودار حضور دارن) رو خط می زنیم.

مشابه چیزی که در مثال اول گفتیم، اگر بازه ای که به ما دادن توپر بود، روی محور پایینی یه دایره توفالی می کشیم و اگر دایره ای که داشتیم توفالی بود روی محور پایینی دایره توپر می کشیم.

چون بازه از سمت + توفالیه، ما روی R یه دایره توپر می کشیم.



۴. پی برای ما مهمه؟ چیزی که از نمودار R باقی مونده.

پس هر چیزی که از محور زرد باقی مونده رو رسم می کنیم:

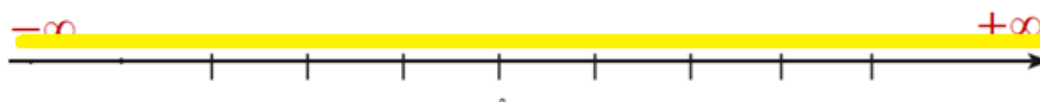


حالا این بازه رو می نویسیم:

$$(-\infty, 0]$$

ت. در اینجا هم باید متمم به بازه رو نسبت به R پیدا کنیم، بنابراین :

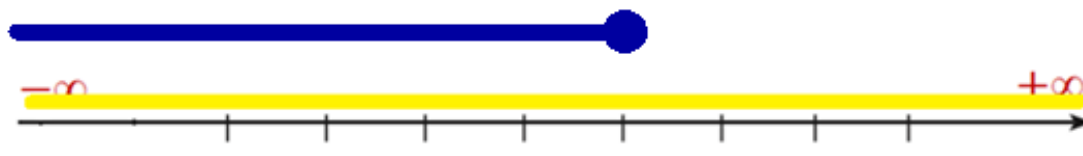
۱. محور رو رسم می‌کنیم و سر تا سر محور به خط کمرنگ میکشیم (این خط نشون دهنده‌ی مجموعه‌ی R هست)



۲. بازه‌ای که سوال بهمون داده رو روی محور نشون میدیم.

بازه‌ی داده شده در اینجا $D = (-\infty, 1]$ هست.

بازه از سمت بسته‌س، پس باید ا رو توپر بکشیم. داریم:



۳. همه‌ی قسمت‌هایی که این دو نمودار اشتراک دارن (یعنی قسمت‌هایی از محور که هر دو نمودار حضور دارن) رو خط میزنیم.

(آگه بازه‌ای که به ما دادن توپر بود، روی محور پایینی به دایره توفالی می‌کشیم و آگه دایره‌ای که داشتیم توفالی بود روی محور پایینی دایره توپر می‌کشیم.)

چون بازه از سمت ا توپره، ما روی R به دایره توفالی می‌کشیم.



۴. پی برای ما مهمه؟ چیزی که از نمودار R باقی مونده.

پس هر چیزی که از محور زرد باقی مونده رو رسم می‌کنیم:



حالا این بازه رو می‌نویسیم:

$(1, +\infty)$

ادامه تمرینها رو می‌تونید در "کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال‌های @RiaziBaHam و @RiaziBaHam10tr

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.